

Prova de Exame Nacional de
**Matemática Aplicada
às Ciências Sociais**

Prova 835 | 2011

10.º e 11.º Anos de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

Para:

Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular

Inspeção-Geral de Educação

Direcções Regionais de Educação

Secretaria Regional de Educação da Madeira

Secretaria Regional de Educação dos Açores

Escolas com Ensino Secundário

Estabelecimentos de Ensino Particular e Cooperativo com Paralelismo e com Ensino Secundário

CIREP

FERLAP

CONFAP

1. Introdução

O presente documento visa divulgar as características da prova de exame nacional do Ensino Secundário da disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, a realizar em 2011 pelos alunos que se encontram abrangidos pelos planos de estudo instituídos pelo Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março, rectificado pela Declaração de Rectificação n.º 44/2004, de 25 de Maio.

Devem ainda ser tidos em consideração a Portaria n.º 550-D/2004, de 21 de Maio, com as alterações introduzidas pelas Portarias n.º 259/2006, de 14 de Março, e n.º 1322/2007, de 4 de Outubro, e o Decreto-Lei n.º 24/2006, de 6 de Fevereiro, com as rectificações constantes da Declaração de Rectificação n.º 23/2006, de 7 de Abril.

A prova de exame nacional a que esta informação se refere incide nos conhecimentos e nas competências enunciados no Programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, homologado por despacho ministerial, de acordo com o n.º 3 do art.º 2.º do Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março.

As informações sobre o exame apresentadas neste documento não dispensam a consulta da legislação referida e do Programa da disciplina.

O presente documento dá a conhecer os seguintes aspectos relativos à prova de exame:

- o objecto de avaliação;
- as características e a estrutura;
- os critérios de classificação;
- o material;
- a duração;
- o formulário (anexo).

A avaliação sumativa externa, realizada através de uma prova escrita de duração limitada, só permite avaliar parte dos conhecimentos e das competências enunciados no Programa. A resolução da prova pode implicar a mobilização de aprendizagens inscritas no Programa, mas não expressas no objecto de avaliação identificado no ponto 2 deste documento.

As provas de exame desta disciplina realizadas nas duas fases dos exames nacionais de 2009 e 2010 estão disponíveis em www.gave.min-edu.pt e exemplificam, de um modo geral, os tipos de itens das provas a realizar em 2011.

Este documento deve ser dado a conhecer aos alunos e com eles deve ser analisado, para que fiquem devidamente informados sobre a prova de exame nacional que irão realizar.

Importa ainda referir que, nas provas de exame desta disciplina, o grau de exigência decorrente do enunciado dos itens e o grau de aprofundamento evidenciado nos critérios de classificação estão balizados pelo Programa, em adequação ao nível de ensino a que o exame diz respeito.

2. Objecto de avaliação

A prova de exame tem por referência o Programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais do Ensino Secundário e a concepção de educação em Ciência que o sustenta.

A prova permite avaliar objectivos gerais e competências, e os conteúdos a eles associados, passíveis de avaliação numa prova escrita de duração limitada no âmbito do Programa da disciplina.

Objectivos gerais e competências

- Interpretar textos de Matemática;
- Expressar o mesmo conceito de diversas formas e em diferentes linguagens;
- Apresentar textos com conteúdos matemáticos de forma clara e organizada;
- Identificar/aplicar modelos matemáticos que permitam a interpretação e a resolução de situações do quotidiano (simplificadas);
- Seleccionar e aplicar estratégias de resolução de problemas;
- Formular hipóteses e prever resultados;
- Interpretar e criticar resultados no contexto de problemas;
- Descobrir relações entre conceitos matemáticos;
- Formular generalizações a partir de experiências;
- Validar conjecturas;
- Comunicar, por escrito, conceitos, raciocínios e ideias, com clareza e rigor lógico;
- Aplicar diversos métodos eleitorais;
- Comparar os resultados da aplicação de diversos métodos eleitorais;
- Identificar aspectos de certos métodos eleitorais que podem ser melhorados e identificar limitações a essa melhoria;
- Reconhecer a ocorrência de situações paradoxais;
- Aplicar métodos de divisão proporcional e interpretar as suas consequências;
- Aplicar métodos para obter uma partilha equilibrada;
- Interpretar informação transmitida através de tabelas, gráficos, figuras e esquemas;

- Classificar dados, construir tabelas de frequência, representar graficamente e adequadamente cada um dos tipos de dados;
- Organizar a informação extraída de conjuntos de dados;
- Tratar, explorar e transmitir dados numéricos e gráficos;
- Analisar criticamente dados, informações e resultados obtidos;
- Calcular estatísticas, com e sem calculadora gráfica;
- Interpretar estatísticas;
- Reconhecer a existência, ou não, de associação entre duas variáveis;
- Interpretar o tipo e a força da associação entre duas variáveis;
- Reconhecer as limitações da recta de regressão, quando existem *outliers*;
- Construir gráficos;
- Aplicar técnicas e conceitos matemáticos para resolver problemas concretos (por exemplo, envolvendo modelos financeiros);
- Aplicar métodos matemáticos para encontrar soluções possíveis, satisfatórias ou óptimas de problemas de sistemas de distribuição e/ou gestão (por exemplo, envolvendo grafos);
- Descrever modelos e esquemas que permitam a resolução de problemas;
- Reconhecer o alcance e as limitações de um modelo matemático;
- Determinar e/ou utilizar modelos discretos de crescimento linear e de crescimento exponencial;
- Utilizar a calculadora gráfica nas diferentes regressões (linear, exponencial, logarítmica e logística) para obter modelos abstractos a partir de dados apresentados;
- Utilizar e comparar modelos envolvendo funções lineares, exponenciais, logarítmicas e logísticas, obtidos na calculadora ou apresentados pela expressão analítica;
- Analisar criticamente resultados obtidos a partir de modelos (linear, exponencial, logarítmico e logístico);
- Resolver problemas de contagem;
- Compreender a aleatoriedade presente em situações do quotidiano e em diferentes fenómenos;
- Resolver problemas envolvendo cálculo de probabilidades;
- Calcular probabilidades de acontecimentos a partir de modelos de probabilidade;
- Construir modelos de probabilidades e utilizar a regra do produto;
- Calcular as probabilidades de alguns acontecimentos, utilizando propriedades da probabilidade;
- Determinar a função massa de probabilidade;
- Calcular correctamente probabilidades condicionais;
- Identificar acontecimentos independentes;
- Distinguir entre valor médio populacional e média amostral;
- Calcular a variância e o desvio padrão;
- Referir as principais características de um modelo Normal ou Gaussiano;
- Calcular probabilidades com base no modelo Normal, recorrendo ao uso de uma tabela da função de distribuição de uma Normal Standard ou à calculadora gráfica;

- Aplicar as ideias básicas de um processo de inferência estatística;
- Aplicar os conceitos de intervalo de confiança e de erro;
- Construir estimativas intervalares ou intervalos de confiança para o valor médio e para a proporção.

Conteúdos

Tema 1 – Métodos de Apoio à Decisão

- Teoria matemática das eleições.
- Teoria da partilha equilibrada.

Tema 2 – Estatística

- Interpretação de tabelas e gráficos.
- Classificação de dados, construção de tabelas de frequência. Representações gráficas adequadas para cada um dos tipos de dados considerados.
- Cálculo de estatísticas. Vantagens, desvantagens e limitações das medidas consideradas.
- Introdução gráfica à análise de dados bivariados quantitativos.
- Modelos de regressão linear.
- Relação entre variáveis qualitativas.

Tema 3 – Modelos Matemáticos

- Modelos financeiros.
- Modelos de grafos.
- Modelos populacionais.

Tema 4 – Modelos de Probabilidade

- Fenómenos aleatórios.
- Argumentos de simetria e Regra de Laplace.
- Modelos de probabilidade em espaços finitos. Variáveis quantitativas. Função massa de probabilidade.
- Probabilidade condicional. Árvores de probabilidade. Acontecimentos independentes.
- Probabilidade Total. Regra de Bayes.
- Valor médio e variância populacional.
- Espaço de resultados infinitos. Modelos discretos e modelos contínuos.
- Modelo Normal.

Tema 5 – Introdução à Inferência Estatística

- Parâmetro e estatística.
- Distribuição de amostragem de uma estatística.
- Noção de estimativa pontual. Estimação de um valor médio.
- Utilização do Teorema do Limite Central na obtenção da distribuição de amostragem da média.
- Construção de estimativas intervalares ou de intervalos de confiança para o valor médio de uma variável.
- Estimativa pontual da proporção da população que verifica uma dada propriedade.

- Construção de intervalos de confiança para a proporção.
- Interpretação do conceito de intervalo de confiança.

3. Caracterização da prova

A prova apresenta de três a cinco conjuntos de itens.

Alguns dos conjuntos de itens têm como suporte um ou mais documentos, nomeadamente, textos, tabelas, gráficos, mapas, figuras, ou outros, contextualizados em situações do quotidiano (simplificadas).

A sequência dos itens na prova pode não corresponder à sequência das unidades temáticas/ conteúdos no Programa da disciplina.

Alguns dos itens/conjuntos de itens podem envolver a mobilização de aprendizagens relativas a mais do que um dos temas do Programa.

A prova inclui apenas itens de construção (resposta curta, resposta restrita e resposta extensa).

A prova abrange os grandes temas do Programa, a saber: *Métodos de Apoio à Decisão*, *Modelos Matemáticos* e *Estatística*, incluindo-se neste último os *Modelos de Probabilidades* e a *Inferência Estatística*.

A estrutura da prova sintetiza-se nos Quadros 1 e 2.

Quadro 1 – Valorização dos temas na prova

Temas	Cotação (em pontos)
Métodos de Apoio à Decisão	40 a 60
Modelos Matemáticos	40 a 60
Estatística*	90 a 110

* Inclui Modelos de Probabilidades e Inferência Estatística.

Quadro 2 – Tipologia, número de itens e respectiva cotação

Tipologia de itens	Número de itens	Cotação por item (em pontos)
Itens de construção	• resposta curta	0 a 3
	• resposta restrita	4 a 10
	• resposta extensa	2 a 5
		5 a 10
		10 a 20
		20 a 35

A prova inclui o formulário em anexo.

4. Critérios de classificação

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Havendo escolas em que os alunos já contactam com as novas regras ortográficas, uma vez que o Acordo Ortográfico de 1990 já foi ratificado e dado que qualquer cidadão, nesta fase de transição, pode optar pela ortografia prevista quer no Acordo de 1945, quer no de 1990, são consideradas correctas, na classificação das provas de exame nacional, as grafias que seguirem o que se encontra previsto em qualquer um destes normativos.

Itens de construção

Resposta curta

A classificação é atribuída de acordo com os elementos de resposta solicitados e apresentados.

Resposta restrita

Os critérios de classificação das respostas a este tipo de itens apresentam-se organizados por etapas e/ou níveis de desempenho. A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação.

Resposta extensa

Os critérios de classificação das respostas a este tipo de itens apresentam-se organizados por etapas e/ou níveis de desempenho. A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação.

Nos itens de resposta extensa que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa.

A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos.

Níveis	Descritores
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

5. Material

O examinando apenas pode usar, como material de escrita, caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta.

O uso de lápis só é permitido nas construções que envolvam a utilização de material de desenho, devendo o resultado final ser passado a tinta.

O examinando deve ser portador do seguinte material:

- régua;
- compasso;
- esquadro;
- transferidor;
- calculadora gráfica.

A calculadora deve ter capacidades que permitam a resolução adequada da prova, nomeadamente:

- gráficas;
- de cálculo estatístico;
- de utilização das diferentes regressões (linear, exponencial, logarítmica e logística), para obter modelos abstractos a partir de dados apresentados.

A lista das calculadoras permitidas é fornecida pela Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Da lista, deve ser seleccionada apenas uma calculadora gráfica com as capacidades acima enunciadas.

Não é permitido o uso de corrector.

6. Duração

A prova tem a duração de 150 minutos, a que acresce a tolerância de 30 minutos.

Anexo

Formulário

Teoria Matemática das Eleições

Conversão de votos em mandatos, utilizando o método de representação proporcional de Hondt

O número de votos apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, etc., sendo os quocientes alinhados, pela ordem decrescente da sua grandeza, numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos ao círculo eleitoral em causa; os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série; no caso de restar um só mandato para distribuir e de os termos seguintes da série serem iguais e de listas diferentes, o mandato cabe à lista que tiver obtido o menor número de votos.

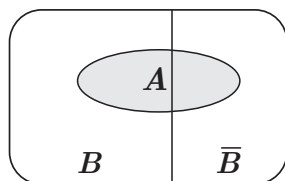
Modelos de Grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

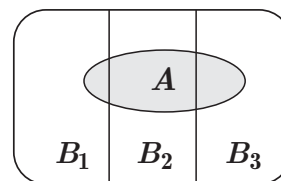
Probabilidades

Teorema da Probabilidade Total e Regra de Bayes



$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B) \times P(A | B)}{P(B) \times P(A | B) + P(\bar{B}) \times P(A | \bar{B})}$$



$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)$$

$$P(B_k | A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \frac{P(B_k) \times P(A | B_k)}{P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)}$$

podendo k tomar os valores 1, 2 ou 3.

Intervalos de Confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável normal X , admitindo que se conhece o desvio padrão da variável.

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável X , admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30.

$\left] \bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right[$
<p>n - dimensão da amostra \bar{x} - média amostral σ - desvio padrão da variável z - valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

$\left] \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$
<p>n - dimensão da amostra \bar{x} - média amostral s - desvio padrão amostral z - valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

Intervalo de confiança para uma proporção p , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30.

$\left] \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[$
<p>n - dimensão da amostra \hat{p} - proporção amostral z - valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais.

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576